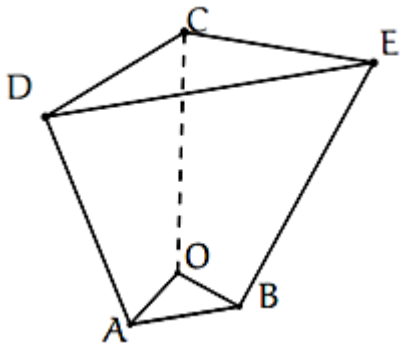
EXERCICE N°4 : 25' 5 points

Dans la figure ci-contre, on donne le prisme à base triangulaire OABCDE, on suppose que l'espace est rapporté au repère ON direct $\left(O, \overrightarrow{OA}, \overrightarrow{OB}, \frac{1}{2}\overrightarrow{OC}\right)$. On suppose de plus que $\overrightarrow{CD} = 3\overrightarrow{OA}$ et $\overrightarrow{CE} = 3\overrightarrow{OB}$.



1) Déterminer les coordonnées de chacun des points D et E.

2) a) Déterminer une représentation paramétrique de chacun des droites (AD) et (BE).

b) Déduire que les droites (AD) et (BE) se coupent en I(0,0,-1)

c) Justifier que les points O, C et I sont alignés

3) Calculer le volume de chacun des tétraèdre IOAB et ICDE puis déduire celui du prisme OABCDE.

4) Soit (S) : $x^2 + y^2 + z^2 + 2z - 1 = 0$.

a) Montrer que (S) est une sphère de centre I et passant par A.

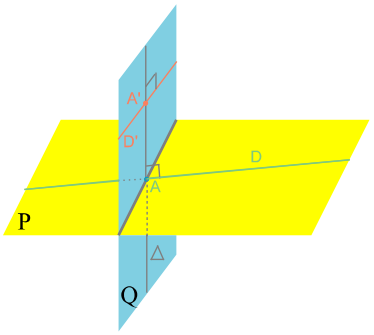
b) Déterminer l'intersection de (S) et le plan (OAB).

EXERCICE N°5 : 30' 5 points

Soit $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ un repère de l'espace ξ.

D et D' désignent deux droites définies par :

$$D : \begin{cases} x - z - 1 = 0. \\ 2z - y + 1 = 0. \end{cases} \quad \text{et} \quad D' : \begin{cases} x = -4 + 2\beta \\ y = \beta \\ z = 3 \end{cases} \quad (\beta \in IR).$$



1) a) Donner une représentation paramétrique de la droite D.

b) Montrer que les droites D et D' ne sont pas coplanaires.

2) a) Montrer qu'une équation cartésienne du plan P contenant D et parallèle à D' est :

$x - 2y + 3z + 1 = 0$.

b) En déduire un vecteur directeur de la perpendiculaire commune Δ aux droites D et D'.

3) Montrer qu'une équation cartésienne du plan Q contenant D' et perpendiculaire à P est :

$3x - 6y - 5z + 27 = 0$.

4) a) Calculer les coordonnés du point d'intersection A de D et Q.

b) La droite Δ qui passe par A coupé D' en A'. Calculer les coordonnés de A'.

c) Calculer la distance AA' appelée distance des droites D et D'.

5) Retrouver la distance des droites D et D'.